

Завдання для практичних занять

Тема 1

Найти границі

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{200x}{1+x^2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+4x+1}{x^2+1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+8x-1}{x^3-1000x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+2}{2x^2+4x+1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{\sqrt{3x^2+1}};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{1-x^2};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+3x}}{x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2-x}};$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2-4x}};$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x};$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}};$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-1};$$

$$14) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x};$$

$$15) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-6}};$$

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2-9}};$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{\sqrt[3]{1+8x^3}};$$

$$18) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4}{1-2x^4};$$

$$19) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x}}{1-\sqrt{2x}};$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{2x+1};$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+x}};$$

$$22) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-2}{3x+1};$$

$$23) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}};$$

$$24) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x+10}}{\sqrt{3x}};$$

$$25) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5}{2x^2+3x+1};$$

$$26) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1};$$

$$27) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{2x^2+3x+4};$$

$$28) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+13}}{1+2\sqrt{x}};$$

Тема 2

Найти границы

Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x},$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 8x},$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 20x}{4x},$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{6x},$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 6x},$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x,$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x,$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{x}\right)^x,$$

$$9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{x}\right)^x,$$

$$10) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x},$$

$$11) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x},$$

$$12) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x,$$

$$13) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x},$$

$$14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 7x}{x},$$

$$15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{4x},$$

$$16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{6x},$$

$$17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{20x},$$

$$18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{x},$$

$$19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x},$$

$$20) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{6}{x}\right)^x,$$

$$21) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x,$$

$$22) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{x}\right)^x,$$

$$23) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{x}\right)^x,$$

$$24) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{4x},$$

$$25) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^x,$$

$$26) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{10}{x}\right)^x,$$

$$27) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{x}\right)^x,$$

$$28) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{2x}.$$

Тема 3

Найти точки разрыва функции и классификувати їх

1) $y = \begin{cases} 2x, & x \neq 0 \\ 3, & x = 0 \end{cases}$;

2) $y = \frac{1}{x-1}$;

3) $y = \frac{1}{x-2}$;

4) $y = \begin{cases} \frac{2}{3}, & x \neq 3 \\ 0, & x = 3 \end{cases}$;

5) $y = \frac{4}{4-x}$;

6) $y = \frac{1}{x+1}$;

7) $y = \begin{cases} \sin x, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$;

8) $y = \frac{2x}{2x+1}$;

9) $y = \frac{10}{x+3}$;

10) $y = \frac{1}{x-3}$;

11) $y = \frac{1}{x^2}$;

12) $y = \begin{cases} 2, & x = 1 \\ x-1, & x \neq 1 \end{cases}$;

13) $y = \begin{cases} 3, & x = 0 \\ 2x, & x \neq 0 \end{cases}$;

14) $y = \frac{x^2}{x-1}$;

15) $y = \frac{x^2+1}{x}$;

16) $y = 2 - \frac{1}{x}$;

17) $y = \frac{x-1}{x^2}$;

18) $y = \begin{cases} \frac{x}{5}, & x \neq 5 \\ 0, & x = 5 \end{cases}$;

19) $y = \frac{x}{x-10}$;

20) $y = \frac{1}{2x-1}$;

21) $y = \frac{1}{x+5}$;

22) $y = \frac{1}{4x+1}$;

23) $y = \frac{x^2+2}{x-5}$;

24) $y = \begin{cases} 2x, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$;

25) $y = \frac{1}{3x+2}$;

26) $y = \frac{1}{6x+1}$;

27) $y = \frac{x}{x+5}$;

28) $y = \frac{1}{x+2} + 1$;

Тема 4

Найти похідні

- 1) $y = \sin \sqrt[3]{x}$; 15) $y = \cos \sqrt[4]{x}$;
2) $y = \operatorname{ctg} \sqrt{x}$; 16) $y = \operatorname{ctg} \sqrt[6]{x}$;
3) $y = \sqrt[4]{1 + \cos x}$; 17) $y = \sqrt{1 + \sin x}$;
4) $y = \sqrt{1 + \sin x}$; 18) $y = \sqrt{1 - \sin x}$;
5) $y = (1 + \cos x)^5$; 19) $y = \operatorname{ctg}^3 x$;
6) $y = (1 + \sin x)^2$; 20) $y = \sin^4 x + \cos^4 x$;
7) $y = \sin^{100} x$; 21) $y = \cos^{100} x$;
8) $y = \sqrt{x^2 + 1}$; 22) $y = \sqrt[3]{x^2 + 4}$;
9) $y = \ln(x^2 + 1)$; 23) $y = \ln(x^3 + 2x)$;
10) $y = \ln(e^x + 1)$; 24) $y = \ln(\sqrt{x} + 1)$;
11) $y = \sin \sqrt{2x}$; 25) $y = e^{\sin x}$;
12) $y = \ln(3 + x^2)$; 26) $y = \ln\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$;
13) $y = \ln(x + x^2)$; 27) $y = \ln \operatorname{tg} x$;
14) $y = e^{(x^2 + x)}$ 28) $y = \ln(e^{-x} - 1)$.

Тема 5

Обчислити похідну другого порядку для функцій

$$1) y = \ln 3x + 4;$$

$$2) y = \sin 6x;$$

$$3) y = e^{2x};$$

$$4) y = \frac{x}{x-1};$$

$$5) y = \ln 5x;$$

$$6) y = \cos 6x;$$

$$7) y = \sin 3x;$$

$$8) y = e^{6x};$$

$$9) y = \frac{x}{x+1};$$

$$10) y = \ln 2x + 1;$$

$$11) y = \ln(x+1);$$

$$12) y = \sin(x+2);$$

$$13) y = \cos(x+3);$$

$$14) y = \lg 3x;$$

$$15) y = \operatorname{ctg} 2x;$$

$$16) y = e^{x+2};$$

$$17) y = e^{3x+2};$$

$$18) y = \operatorname{tg}(5x+2);$$

$$19) y = \operatorname{ctg}(2x+5);$$

$$20) y = \frac{x+1}{x^2-1};$$

$$21) y = \frac{x-1}{x^2-1};$$

$$22) y = \cos(5x+10);$$

$$23) y = \frac{1}{1+x^2};$$

$$24) y = 2e^{2x+5};$$

$$25) y = 1 - \ln(x+1);$$

$$26) y = x \sin x;$$

$$27) y = x \cos x;$$

$$28) y = \sin(x+4);$$

Тема 6

Дослідити функцію і побудувати її графік

$$1) y = -\frac{e}{x+1};$$

$$2) y = \lg(x+1);$$

$$3) y = \frac{4}{4-x^2};$$

$$4) y = \frac{x^2+1}{x};$$

$$5) y = \sin 4x - 2;$$

$$6) y = \lg 2x + 1;$$

$$7) y = \ln(x-2);$$

$$8) y = 3 \ln(x+1);$$

$$9) y = \operatorname{ctg} x + 1;$$

$$10) y = \frac{1}{1-x^2};$$

$$11) y = \cos 2x + 3;$$

$$12) y = \frac{x^2}{1-x};$$

$$13) y = \frac{x^2}{x+2};$$

$$14) y = 3 + \operatorname{ctg} 2x;$$

$$15) y = 2 \cos 2x;$$

$$16) y = 3 \sin 2x;$$

$$17) y = \cos(2x+1);$$

$$18) y = (x+3)^2$$

$$19) y = (x-1)^3;$$

$$20) y = x^2 - 2x + 1;$$

$$21) y = (2-x)^2;$$

$$22) y = (2-x)^3;$$

$$23) y = (3x+1)^2;$$

$$24) y = 4x^2 - 12x + 9;$$

$$25) y = \frac{x+1}{x-1};$$

$$26) y = 3 \cos x + 2;$$

$$27) y = 2 \sin x + 1;$$

$$28) y = 5 \cos 2x.$$

Тема 7

Обчислити невизначені інтеграли

1) $\int \sqrt{5x-1} dx;$

2) $\int \frac{dx}{(2-3x)^2};$

3) $\int \frac{dx}{(5-9x)^2};$

4) $\int e^{3x+5} dx;$

5) $\int e^{2x-1} dx;$

6) $\int \cos \frac{x+2}{3} dx;$

7) $\int \sin \frac{x+10}{3} dx;$

8) $\int \cos(\sqrt{x}+1) dx;$

9) $\int \sin(4x+2) dx;$

10) $\int \sin x \cos x dx;$

11) $\int \frac{dx}{\cos^2(2x+5)};$

12) $\int \frac{dx}{\sin^2(3-2x)};$

13) $\int (\sin 5x + e^{2x}) dx;$

14) $\int (\cos 2x + e^{5x}) dx;$

15) $\int (1+5x)^5 dx;$

16) $\int (x+2)^4 dx;$

17) $\int (3x+1)^2 dx;$

18) $\int \cos(4x+3) dx;$

19) $\int 2x e^{x^2} dx;$

20) $\int dx e^{x^2+3};$

21) $\int \frac{dx}{(10-3x)^2};$

22) $\int \frac{dx}{\sin^2(3x+2)};$

23) $\int e^{10x} dx;$

24) $\int \frac{dx}{12x+3} dx;$

25) $\int \frac{dx}{1-2x};$

26) $\int \sqrt[3]{3x-2} dx;$

27) $\int (2x+5)^{14} dx;$

28) $\int (6-x)^{-15} dx.$

Тема 8

Обчислити визначені інтеграли

$$\begin{array}{ll}
 1) \int_1^2 \ln x \, dx; & 15) \int_1^2 x e^x \, dx; \\
 2) \int_0^1 x e^x \, dx; & 16) \int_1^2 3x e^{3x} \, dx; \\
 3) \int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin x \, dx; & 17) \int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos x \, dx; \\
 4) \int_2^5 4 \ln x \, dx; & 18) \int_e^{e^2} \ln x \, dx; \\
 5) \int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos x \, dx; & 19) \int_0^1 x e^{x+1} \, dx; \\
 6) \int_2^3 x e^x \, dx; & 20) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+3) \sin x \, dx; \\
 7) \int_1^e x \ln x \, dx; & 21) \int_1^{\frac{1}{e}} 2x \ln x \, dx; \\
 8) \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin x \, dx; & 22) \int_0^1 (x+1) e^x \, dx; \\
 9) \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin x \, dx; & 23) \int_e^{e^2} 3x^2 \ln x \, dx; \\
 10) \int_1^2 3 \ln x \, dx; & 24) \int_0^{\sqrt{\pi}} (x+3) \sin x \, dx; \\
 11) \int_1^3 5 \ln x \, dx; & 25) \int_0^4 3 \ln \frac{x}{5} \, dx; \\
 12) \int_2^{\sqrt{\pi}} x \sin x \, dx; & 26) \int_2^5 5 \ln \frac{x}{5} \, dx; \\
 13) \int_{\sqrt{2}}^2 x^2 e^x \, dx; & 27) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{2} \cos x \, dx; \\
 14) \int_8^{16} \ln \frac{x}{4} \, dx; & 28) \int_0^1 x^2 e^x \, dx.
 \end{array}$$